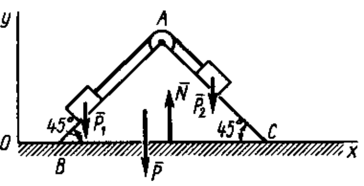

Рис. 45

Пример 1. Два груза с силами тяжести P_1 и P_2, соединенные нерастяжимой нитью, переброшенной через блок, скользят по боковым граням равнобедренного клина (рис. 45). Клин стороной BC опирается на гладкую горизонтальную плоскость. В начальный момент система находится в покое.

Найти перемещение клина по плоскости при опускании груза P_1 на высоту h. Сила тяжести клина $P=2P_1$ и $P_1=2P_2$. Массой блока и нити пренебречь.

Решение. Внешними силами, действующими на клин вместе с грузами, являются силы тяжести $\bar P_1$, $\bar P_2$, $\bar P$ и нормальная реакция горизонтальной гладкой поверхности $\bar N$. Следовательно,

$$\sum F_{kx}^{(e)}=0.$$

Учитывая, что в начальный момент система находится в покое, на основании второго следствия из теоремы о движении центра масс имеем $x_C=\mathrm{const}$.

Вычислим x_C при $t=0$ и x_C^* в момент, когда груз опустится на высоту h. Для момента $t=0$

$$x_C=\frac{(P_1/g)x_1+(P_2/g)x_2+(P/g)x}{P_1/g+P_2/g+P/g}=\frac{P_1x_1+P_2x_2+Px}{P_1+P_2+P},$$

где x_1, x_2 и x — соответственно координаты центра масс по оси Ox грузов P_1, P_2 и клина.

Пусть вся система вместе с клином переместилась в положительном направлении оси Ox на величину l при опускании груза P_1 на h. Тогда

$$x_C^*=\frac{P_1(x_1+l-h)+P_2(x_2+l-h)+P(x+l)}{P_1+P_2+P},$$

так как грузы вместе с клином передвинутся на l вправо и по клину вдоль отрицательного направления оси Ox на h при заданном угле клина, равном 45°.

Так как $x_C^*-x_C=0$, то после вычитания получим

$$P_1(l-h)+P_2(l-h)+Pl=0.$$

Отсюда

$$l=\frac{(P_1+P_2)h}{P_1+P_2+P}=\frac{(2P_2+P_2)h}{2P_2+P_2+4P_2}=\frac{3}{7}h.$$

Так как величина l оказалась положительной, то клин действительно перемещается вправо в положительном направлении оси Ox.

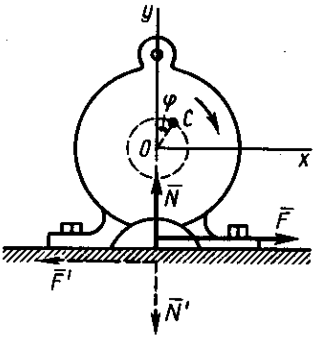

Рис. 46

Пример 2. В электромоторе корпус (статор) имеет силу тяжести $P_1=700$ Н, а ротор $P_2=300$ Н. Ротор вращается по часовой стрелке с частотой $n=980$ об/мин (рис. 46). Центр масс ротора вследствие его несимметричности отстоит от оси вращения на расстоянии $l=5$ см.

Определить горизонтальную силу, с которой действует мотор на болты, крепящие его к фундаменту, и вертикальное давление на пол.

Решение. Предположим, что при $t=0$ центр масс ротора находится на оси Oy. Тогда в момент времени t координаты центра масс ротора можно выразить как

$$x_2=l\sin\varphi=l\sin\omega t;\qquad y_2=l\cos\varphi=l\cos\omega t,$$

где $\omega=\pi n/30=\pi\cdot 980/30=98\pi/3\ \mathrm{c}^{-1}$.

Для определения давления мотора на болты и пол рассмотрим в качестве механической системы весь мотор, для которого внешней силой в горизонтальном направлении является только сила действия болтов $\bar F$, а в вертикальном направлении — силы тяжести и нормальная реакция пола $\bar N$.

Для координат центра масс всего мотора

$$x_C=\frac{m_1x_1+m_2x_2}{m_1+m_2};\qquad y_C=\frac{m_1y_1+m_2y_2}{m_1+m_2},$$

где m_1 и m_2 — массы корпуса мотора и ротора соответственно; x_1, y_1 и x_2, y_2 — координаты их центров масс.

Центр масс корпуса закрепленного мотора является неподвижной точкой и находится в начале координат. Следовательно, $x_1=0$, $y_1=0$, и поэтому координаты центра масс всего мотора

$$x_C=\frac{m_2x_2}{m_1+m_2}=\frac{P_2x_2}{P_1+P_2};\qquad y_C=\frac{m_2y_2}{m_1+m_2}=\frac{P_2y_2}{P_1+P_2}.$$

Используя дифференциальные уравнения движения центра масс всего мотора в проекциях на координатные оси, получим

$$\frac{P_1+P_2}{g}\ddot x_C=F;\qquad \frac{P_1+P_2}{g}\ddot y_C=N-P_1-P_2, \tag{a}$$

где $\bar F$ — сила действия болтов на корпус мотора в горизонтальном направлении по оси Ox; $\bar N$ — нормальная сила реакции пола.

Так как

$$\ddot x_C=-\frac{P_2}{P_1+P_2}\,l\omega^2\sin\omega t;\qquad \ddot y_C=-\frac{P_2}{P_1+P_2}\,l\omega^2\cos\omega t,$$

то из (а) следует

$$F=-\frac{P_2}{g}\,l\omega^2\sin\omega t;\qquad N=-\frac{P_2}{g}\,l\omega^2+(P_1+P_2).$$

Сила действия мотора на болты $\bar F'$ и давление $\bar N'$ на пол равны

$$\bar F'=-\bar F;\qquad \bar N'=-\bar N.$$

Наибольшие числовые значения этих сил

$$F'_{\max}=\frac{P_2}{g}\,l\omega^2=\frac{300\cdot 5\cdot 98^2\cdot\pi^2}{980\cdot 9}\approx 16\,200\ \text{Н}=16{,}2\ \text{кН};$$

$$N'_{\max}=P_1+P_2+\frac{P_2}{g}\,l\omega^2\approx 1000+16\,200=17\,200\ \text{Н}=17{,}2\ \text{кН}.$$

Если болтов нет, то корпус мотора может подпрыгивать в направлении оси Oy. Динамическое условие подпрыгивания в рассматриваемом случае выразится как $N<0$, кинематическое условие подпрыгивания мотора есть $\ddot y_1>0$.